

Revista de acesso livre no site www.dema.ufcg.edu.br/revista



Revista Eletrônica de Materiais e Processos, v.4.2 (2009)48-55 ISSN 1809-8797

Estudo analítico de secagem de placas cerâmicas usando o método integral baseado em Galerkin e condição de contorno de Dirichlet

A. A. Silva¹; J. J. S. Nascimento², A. G. B. de Lima^{1*}

¹Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Campina Grande – Campus I, Rua Aprígio Veloso, 882, Bodocongó, CEP 58429-900, Campina Grande – Paraíba.

²Unidade Acadêmica de Engenharia de Materiais – Universidade Federal de Campina Grande – Campus

I, Rua Aprígio Veloso, 882, Bodocongó, CEP 58429-900, Campina Grande – Paraíba.

(Recebido em 13/07/2009; revisado em 12/08/2009; aceito em 22/08/2009)

(Todas as informações contidas neste artigo são de responsabilidade dos autores)

Resumo:

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma solução analítica para o problema de difusão de massa transiente em sólidos cerâmicos com geometria arbitrária, via método integral baseado em Galerkin (método GBI), considerando propriedades termofísicas constantes e condição de contorno de equilíbrio na superfície (condição de Dirichlet). Vários resultados da cinética de secagem e distribuição de umidade no interior de uma placa cerâmica com furo circular são apresentados, analisados e discutidos.

Palavras-chave: Secagem; simulação; sólido cerâmico; analítico.

Abstract:

The aim of this work is to develop an analytical solution for the transient mass diffusion equation in ceramic solids with arbitrary shape by using Galerkin based integral method (GBI method), by considering constant thermo-physical properties and equilibrium boundary condition at the surface (Dirichlet condition). Several results of the drying kinetics and moisture content distribution inside the holed ceramic plate are presented, analyzed and discussed.

Keywords: Drying; simulation; ceramic solid; analytical.

*E-mail: gilson@dem.ufcg.edu.br (A. G. B. de Lima)

1. Introdução

Materiais cerâmicos são materiais compostos basicamente por argila, e são largamente utilizados na construção civil. Os materiais cerâmicos são fabricados a partir de matérias-primas classificadas em naturais e sintéticas. Por meio de processamento adequado, as propriedades dessas matériasprimas são alteradas em composição química e suas fases cristalinas.

A cerâmica tem um papel importante para economia do país, com participação no PIB (Produto Interno Bruto) estimado em 1%. A abundância de matérias-primas naturais, fontes alternativas de energia e disponibilidade de tecnologias práticas embutidas nos equipamentos industriais, fez com que as indústrias brasileiras evoluíssem rapidamente e muitos tipos de produtos dos diversos segmentos cerâmicos atingissem nível de qualidade mundial com apreciável quantidade exportadora.

O setor industrial da cerâmica é bastante diversificado e pode ser dividido nos seguintes segmentos: cerâmica vermelha, materiais de revestimento, materiais refratários, louca sanitária, isoladores elétricos de porcelana, louça de mesa, cerâmica artística (decorativa e utilitária), filtros cerâmicos de água para uso doméstico, cerâmica técnica e isolantes térmicos. No Brasil existem todos estes segmentos, com maior ou menor grau de desenvolvimento e capacidade de produção. Além disso, existem fabricantes de matériasprimas sintéticas para cerâmica (alumina calcinada, alumina, eletrofundida, carbeto de silício e outras), de vidrados e corantes, gesso, equipamento e alguns produtos químicos auxiliares (ABC, 2005).

A razão da grande concentração de indústrias de todos os segmentos cerâmicos nas regiões Sudeste e Sul ainda esta associado às facilidades de matérias-primas, energia, centros de pesquisa, universidades e escolas técnicas. Convém salientar que as outras regiões do país têm apresentado um certo grau de desenvolvimento, principalmente no nordeste, onde muitas fábricas de diversos setores industriais estão se instalando e onde o setor de turismo tem crescido de maneira acentuada, levando à construção de inúmeros hotéis. Com isto tem aumentado a demanda de materiais cerâmicos, principalmente dos segmentos ligados à construção civil, o que tem levado à implantação de novas fábricas cerâmicas nessa região.

Os produtos fabricados pelas indústrias cerâmicas (blocos, tijolos, telhas, tubos cerâmicos, entre outros) são considerados os que oferecem melhor durabilidade, conforto térmico e acústico, baixo custo, entre todos os participantes da cadeia produtiva da construção civil. Responsáveis por mais de 90% das alvenarias e coberturas realizadas no país, os produtos cerâmicos são os únicos produtos totalmente naturais. Quando utilizados através do sistema de alvenaria estrutural, podem reduzir em até 40% o custo final de uma habitação.

A fabricação das peças cerâmicas compreende diversas fases: exploração das jazidas, o tratamento prévio das matérias primas, a homogeneização, a secagem e a queima (Bauer, 1994, Guilherme, 1998). Na homogeneização, água é adicionada à argila para dar características de plasticidade e facilitar a moldagem das peças. A secagem é o processo responsável pela retirada dessa água durante a fabricação de produtos cerâmicos.

Antes da queima torna-se necessário que seja feita a secagem da peça cerâmica para que a água acumulada nos poros seja retirada. Isto evita que a peça venha explodir dentro do forno. Durante o processo de secagem de um material cerâmico, a água contida no mesmo migra para a atmosfera exterior, enquanto que o calor, proveniente do ar de secagem, penetra do exterior para o interior do material, onde a temperatura é menor. Como a camada exterior do material cerâmico seca mais rápido do que o seu interior (uma vez que está em contato direto como o ar de secagem), essa camada contrai-se primeiro.

Vários fatores influenciam a qualidade do produto pós-secagem tais como: elevados gradientes de umidade e temperatura no interior do sólido, que geram tensões termo-mecânicas no interior do mesmo. Caso esses dois fatores não sejam controlados eles podem causar defeitos irreversíveis no mesmo, tais como: trincas, fraturas e deformações que podem levar à perda da qualidade do produto final.

Tendo em vista que o transporte excessivo de massa e calor pode gerar deformações e trincas em um sólido qualquer, comprometendo assim a qualidade do produto final, vários pesquisadores têm estudado a secagem de sólidos cerâmicos (Fricke, 1981; Hasatani e Ytaya, 1992; Elias, 1995; van der Zanden et al, 1996, van der Zanden et al 1997, Nascimento 2000; Nascimento, 2001; Hartke, 2003; Kawaguti, 2004; Batista, 2006; Silva, 2007).

De acordo com Cadê (2005) é fundamental conhecer os efeitos da secagem e o seu controle, uma vez que estes alteram as propriedades físicas e químicas do produto, e tais alterações afetam sensivelmente o processo de transferência de calor e massa.

Observa-se experimentalmente que quanto maior a umidade com que a peça for feita, maior será a retração na secagem. Diante disto, é importante que а umidade saia homogeneamente de toda a peça, pois se a secagem for feita de modo desigual, ela diminuirá de tamanho desigualmente, causando tensões que poderão se transformar em trincas. Peças com variação de espessura devem secar cuidadosamente. As partes mais finas secarão mais rapidamente, diminuindo de tamanho e perdendo a plasticidade. Quando a parte mais grossa secar e diminuir de tamanho, aparecerão trincas. Isso é importante em peças torneadas de fundo grosso, em esculturas, em placas ocadas e em todas as peças que tenham espessuras variáveis.

Quanto maior a peça, mais pesada e mais irregular, maiores serão as possibilidades de acontecer problemas durante a secagem. Também se deve tomar cuidado ao fazer peças que demoram vários dias para se concluir, pois a umidade da peça que se está trabalhando pode variar e provocar problemas na secagem, principalmente nas emendas.

Estudos de soluções analíticas e numéricas para o problema de difusão transiente (calor e/ou massa) para várias geometrias têm sido reportadas na literatura (Luikov, 1968; Gebhart, 1993), entretanto, trabalhos relacionados à problemas com geometria arbitraria são escassos. Neste contexto, usando o método integral baseado em Galerkin, Farias (2002) e Lima et al. (2004) reportam resultados consistentes aplicados a sólidos esferoidais, com intuito de suprir a escassez de informações a respeito da secagem de sólidos com geometria arbitrária.

Diante dos possíveis problemas que podem apresentar-se durante o processo de secagem de materiais cerâmicos, dos custos devido às perdas de energia e material, e da escassez de estudos em sólidos cerâmicos, com forma arbitrária, este trabalho tem como objetivo apresentar um modelo matemático para descrever a secagem de sólidos cerâmicos com geometria arbitrária baseado no método integral baseado em Galerkin.

2. Modelagem matemática

A equação da difusão de massa no regime transiente, sem geração de massa, é dada por:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \nabla .(\mathbf{D}\nabla \mathbf{M}) \tag{1}$$

onde M é o teor de umidade no sólido e D é o coeficiente de difusão. De acordo com Payne

et al. (1986), a solução da equação (1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{M} = \sum_{n=1}^{N} C_n \Psi_n e^{-\gamma_n t} + M_e$$
(2)

onde M_e é o teor de umidade de equilíbrio. Substituindo a equação (2) na equação (1), considerando γ_n , C_n , M_e e D constantes, e ψ_n independente de t, obtém-se:

$$\left[\gamma_{n}\psi_{n}+\nabla \bullet \left(D\nabla \psi_{n}\right)\right]=0 \tag{3}$$

para cada valor de n.

De acordo com Farias (2002), a função Ψ_n é obtida pela combinação linear de um conjunto de funções. Seus membros são linearmente independentes, de maneira que as condições de contorno homogênea sejam satisfeitas. Esta função é dada por:

$$\psi_n = \sum_{j=1}^N d_{nj} f_i \tag{4}$$

onde: f_i é um elemento de um conjunto de funções de base e d_{nj} são constantes a serem determinadas.

A função f_i é chamada de função de Galerkin, sendo obtida pela multiplicação de uma função Ψ_n por um elemento de um conjunto completo de funções. A função Ψ_n é selecionada para que a condição de contorno homogênea (condição de equilíbrio) seja satisfeita. A função f_i com j variando de 1 até N constitui um conjunto de funções de base (Farias, 2002).

Substituindo a equação (4) na equação (3), tem-se:

$$\sum_{j=1}^{N} d_{nj} \left[\gamma_n f_j + \nabla \bullet \left(D \nabla f_j \right) \right] = 0 \quad (5)$$

Multiplicando ambos os termos da equação (5) por $f_i dV$ e integrando o volume, tem-se:

$$\sum_{i=1}^{N} d_{ni} \left[\int_{V} \gamma_{n} f_{i} f_{j} dV + \int_{V} f_{i} \nabla \bullet \left(D \nabla f_{j} \right) dV \right] = 0 \quad (6)$$

Na forma matricial, a equação (6) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\left(\overline{\mathbf{A}} + \gamma_{n}\overline{\mathbf{B}}\right)\overline{\mathbf{d}}_{n} = 0 \tag{7}$$

onde \overline{A} e \overline{B} são matrizes quadradas de NxN elementos. A equação (7) permite a determinação de γ_n e $\overline{d_n}$.

Os elementos das matrizes $A \in \overline{B}_{s \tilde{a} o}$ calculados através das seguintes equações, respectivamente:

$$a_{ij} = \int_{V} f_i \nabla \bullet (D \nabla f_j) dV$$
(7a)
$$b_{ij} = \int_{V} f_i f_j dV$$
(7b)

Desde que:

$$\int_{V} f_{i} \nabla \bullet (D \nabla f_{j}) dV = \int_{V} \nabla \bullet (D f_{i} \nabla f_{j}) dV$$
$$- \int_{V} D \nabla f_{i} \nabla f_{j} dV \qquad (8a)$$

pode-se escrever para D constante a seguinte igualdade:

$$\int_{V} f_{i} \nabla \bullet (D \nabla f_{j}) dV = \int_{S} D f_{i} \nabla f_{j} \bullet \vec{n} dS$$
$$- \int_{V} D \nabla f_{i} \nabla f_{j} dV \qquad (8b)$$

ou ainda,

$$\int_{V} f_{i} \nabla \bullet \left(D \nabla f_{j} \right) dV = \int_{S} D f_{i} \left(\frac{\partial f_{j}}{\partial \vec{n}} \right) dS - \int_{V} D \nabla f_{i} \nabla f_{j} dV$$

$$(8c)$$

Para a condição de 1^a espécie (M prescrito, condição de Dirichlet) tem-se f_{ij} =0. Assim, o 1^o termo do lado direito da equação (8c) é zero, enquanto que o 2^o termo é sempre simétrico.

Para obtenção dos coeficientes C_n da equação (2), usa-se a condição em t=0 onde M= M_0 . Assim sendo, pode-se escrever:

$$M_o = \sum_{n=1}^{N} C_n \psi_n + M_e \tag{9}$$

Multiplicando ambos os termos da equação (9) por $f_i dV$ e integrando no volume, obtém-se:

$$\int_{V} f_i (\mathbf{M}_o - \mathbf{M}_e) dV = \int_{V} f_i \sum_{n=1}^{N} C_n \psi_n dV \quad (10)$$

O resultado da equação (10) será um conjunto de N equações algébricas lineares que permite a determinação de C_1 , C_2 , ..., C_n , o que completa a resolução do problema. O valor médio da massa no interior do sólido é dado por:

$$\overline{\mathbf{M}} = \frac{1}{\mathbf{v}} \int_{\mathbf{v}} \mathbf{M} d\mathbf{V}$$
(11)

onde V é o volume do sólido em estudo.

Como aplicação, a metodologia será usada para descrever a secagem de uma placa com furo no centro conforme Figura 1. O contorno do sólido é definido por: a-x=0, a+x=0, b-y=0, b+y=0 e pela superfície circular $c^2-x^2-y^2=0$.

Então, o volume total do sólido ilustrado na Figura 1, será:

$$V = 4 \left[\int_0^1 \int_0^c \int_{\sqrt{c^2 - x^2}}^b dy dx dz + \int_0^1 \int_0^b \int_c^a dx dy dz \right]$$
(12)

ou ainda:

$$V = 4ab - \pi c^2 \tag{13}$$



Figura 1: Placa com furo no centro.

Assim, os coeficientes $a_{ij} e b_{ij}$ podem ser obtidos para:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= - \left[\int_0^1 \int_0^c \int_{\sqrt{c^2 - x^2}}^b D \nabla f_i \nabla f_j dy dx dz \right] \\ &+ \int_0^1 \int_0^b \int_c^a D \nabla f_i \nabla f_j dx dy dz \end{aligned}$$
(14a)

$$b_{ij} = \left[\int_0^1 \int_0^c \int_{\sqrt{c^2 - x^2}}^b f_i f_j dy dx d + \int_0^1 \int_0^b \int_c^a f_i f_j dx dy dz \right]$$
(14b)

Logo, o valor de C_n , para uma placa com furo no centro, pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\int_{0}^{1} \int_{0}^{c} \int_{\sqrt{c^{2} - x^{2}}}^{b} f_{i} (M_{o} - M_{e}) dy dx dz +$$

+
$$\int_{0}^{1} \int_{0}^{b} \int_{c}^{a} f_{i} (M_{o} - M_{e}) dx dy dz =$$

$$\int_{0}^{1} \int_{0}^{c} \int_{\sqrt{c^{2} - x^{2}}}^{b} f_{i} \sum_{n=1}^{N} C_{n} \psi_{n} dy dx dz +$$

+
$$\int_{0}^{1} \int_{0}^{b} \int_{c}^{a} f_{i} \sum_{n=1}^{N} C_{n} \psi_{n} dy dx dz$$
(15)

As funções de base f_j são dadas por:

$$f_{j}(x, y) = (a^{2} - x^{2})(b^{2} - y^{2})$$
$$(c^{2} - x^{2} - y^{2})x^{i-j}y^{j}$$
(16)

sendo i= 0, 1, 2, 3, 4 e 5 e j= 0, 1, 2, 3, 4 e 5. Neste trabalho utilizou-se 21 funções de base.

3. Resultados e discussão

Nesta aplicação, os resultados estão plotados em termos do teor de umidade adimensional $(M-M_e)/(M_o-M_e)$ e do número de Fourier para transferência de massa Fo= Dt/a². Considerouse uma placa com lado a= 0,1m e diâmetro do furo de c= 0,05m. Contudo, os resultados apresentados são independentes da dimensão a e do coeficiente de difusão de massa D.

A Figura 2 evidencia a cinética de secagem para a geometria proposta neste trabalho. Notase claramente que à medida que aumenta o número de Fourier, há uma queda nos níveis do teor de umidade adimensional, sendo esta maior para os primeiros valores de Fourier. Isto é, a velocidade de secagem é mais intensa nos primeiros instantes do processo (Fo \approx 0,01), decrescendo gradativamente a partir deste tempo adimensional. Os resultados sendo adimensionais são aplicados generalizadamente para umidificação, secagem, resfriamento ou aquecimento o que demonstra a versatilidade destes resultados.

As Figuras 3-8 evidenciam a distribuição do teor de umidade adimensional em vários instantes de tempo adimensionalizados (número de Fourier) para a geometria considerada.

Neste contexto, sob o ponto de vista de transferência de massa, as regiões superficiais nas figuras consideradas, evidenciam áreas de maiores gradientes de umidade e, portanto de maior perda de umidade com o tempo. Observase que no vértice a secagem é bem mais crítica.



Figura 2: Teor de umidade médio adimensional em função do número de Fourier.



Figura 3: Distribuição do teor de umidade adimensional para Fo=0,0025.

Nos resultados em análise, durante o processo de difusão de água do interior para o exterior da peça nas camadas exteriores ocorre à geração de fortes tensões internas, pois enquanto a superfície contrai-se rapidamente o interior ainda permanece sem contração Neste sentido ocorre o aparecimento de fortes tensões de sentidos contrários, tração e compressão, que se não forem bem controladas durante um processo de secagem podem provocar danos estruturais no sólido, tais como: trincas, deformações ou empenamentos. Dependendo do nível de tensão dominante, se esta ultrapassar o limite de resistência do material ocorre fratura, e se ultrapassar o limite de escoamento ocorre deformações, (Itava et al., 1996; Nascimento, 2002).



Figura 4: Distribuição do teor de umidade adimensional para Fo=0,00571429.



Figura 5: Distribuição do teor de umidade adimensional para Fo=0,0107143.

As maiores tensões (de compressão) ocorrem na superfície do material, onde o material está mais frágil e quebradiço. No interior das partículas, as tensões são de tração. A trinca ocorrerá quando a tensão de cisalhamento exerce a tensão de cisalhamento máxima do material (Keey, 1992).

Sob o ponto de vista de transferência de calor, a análise das figuras evidencia as linhas isotérmicas e a existência de altos gradientes de temperatura na região próxima ao vértice do sólido, com a temperatura adimensional apresentando os maiores resultados no centro do mesmo em qualquer tempo de secagem. Além disso, percebe-se o decréscimo da temperatura adimensional ao longo do tempo, em qualquer posição.



Figura 6: Distribuição do teor de umidade adimensional para o tempo Fo=0,0178571.



Figura 7: Distribuição do teor de umidade adimensional para Fo=0,025.

Do exposto, nas regiões mais próximas do vértice, são mais susceptíveis ao aparecimento de trincas e deformações, devido ao gradiente de temperatura. Sendo assim, uma secagem prévia e controlada, é de grande importância, pois se a secagem não for uniforme, aparecerão trincas e distorções nas peças, mas se for muito lenta, a produção tornar-se-á antieconômica. É importante moderar adequadamente a intensidade da secagem, pelo controle da velocidade, umidade relativa e temperatura do ar de secagem.



Figura 8: Distribuição do teor de umidade adimensional para Fo=0,0357143.

4. Conclusões

Diante dos resultados obtidos nesta pesquisa teórica, onde se analisou a secagem de sólidos cerâmicos com geometria arbitrária concluiu-se que:

a) No início do processo de secagem os gradientes de umidade ou temperatura no interior do sólido são mais pronunciados, decrescendo com o aumento do número de Fourier.

b) A modelagem matemática utilizada para a obtenção da solução analítica foi adequada, podendo ser aplicada em processos transientes de secagem, umidificação, aquecimento e/ou resfriamento.

c) Sob o ponto de vista de transferência de calor e/ou massa, os gradientes de umidade e temperatura são maiores nos planos superficiais e nos vértices do sólido, que está em contato direto com o ar de secagem. Sendo assim, tais regiões são mais susceptíveis a ocorrência de choques térmicos, trincas e deformações, que comprometem a qualidade final do produto.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao PIBIC/UFCG/CNPq, a FINEP e ao CNPq pelo auxílio financeiro e aos pesquisadores referenciados que com suas pesquisas ajudaram no melhoramento deste trabalho.

Referências

 ABC (Associação Brasileira da Cerâmica). *A cerâmica no Brasil.* Acesso em dezembro de 2005. www.abceram.org.br

- [2] Batista, V. R. Secagem de materiais argilosos: modelagem, simulação e experimentação. 2006. 80p. Relatório Científico PIBIC/UFCG-CCT, Campina Grande-PB, Brasil..
- [3] Bauer, L. A. F. Materiais de construção. Rio de Janeiro: Editora LCT, 1994.
- [4] Cadé, M. A.; Nascimento, J. J. S.; Lima, A. G. B. de. Secagem de tijolos cerâmicos vazados: uma aproximação por volumes finitos. *Revista matéria*, v. 10, n. 3, 2005, pp. 443-453.
- [5] Elias, X. A fabricação de materiais cerâmicos. Barcelona: Editora Ecnotermia cerâmica S. L. Matardepera, 1995.
- [6] Farias, S. N. Secagem de sólidos esferoidais usando o método de Galerkin. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande – PB, 2002.
- [7] Fricke, J. A cerâmica. Lisboa: Editora Presença Ltda, 1981.
- [8] Gebhart, B. Heat conduction and mass diffusion. New York: Editora McGraw-Hill, 1993.
- [9] Guilherme, A. Fabricação em cerâmica vermelha. *Mineropar-minerais do Paraná/SERT*, 1998.
- [10] Hartke, R. F. Desenvolvimento de uma ferramenta para simulação de secadores contínuos utilizados na indústria cerâmica vermelha. Relatório de Estágio Profissional em Engenharia Mecânica. Florianópolis: Abril, 2003.
- [11] Hasatani, N.; Itaya, Y. Deformation characteristic of ceramics during drying. *International Drying Symposium*, pp 190-199, Parte A, 1992.
- [12] Itaya, Y.; Hasatani, N.; Masanobu. R & D Needs – Drying of ceramics. *Drying Technology*, v. 14, n 6, 1996, pp. 1301-1313.
- [13] Kawaguti, W. M. Estudo do comportamento térmico de fornos intermitentes tipo "paulistinha" utilizados na indústria de cerâmica vermelha. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina – SC, 2004.
- [14] Keey, R. B. Drying of loose and particulate materials. New York: Editora Hemisphere Publishing Corporation, 1992.
- [15] Lima, D. R.; Farias, S. N.; Lima, A. G. B. Mass transport in spheroids using the Galerkin method. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, v. 21, n. 4, 2004, pp. 667-680.

- [16] Luikov, A. V. Analytical heat diffusion theory. London: Editora Academic Press, 1968.
- [17] Nascimento, J. J. S.; Belo, F. A.; Lima, A. G. B. Solução numérica para o problema de difusão transiente em sólidos paralelepípedos. Anais do CBECIMAT Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, 2000, São Pedro, SP, Brasil.
- [18] Nascimento, J. J. S.; Belo, F. A.; Lima, A. G. B. Simultaneous mass transport and shrinkage during drying of solid parallelepiped: numerical study. а Proceedings of the 22° CILAMCE - Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2001, Campinas, SP, Brasil.
- [19] Nascimento, J. J. S. Fenômenos de difusão transiente em sólidos paralelepípedos. Estudo de caso: secagem de materiais cerâmicos. Tese de doutorado (Pósgraduação em Engenharia Mecânica), Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa – PB, 2002.
- [20] Payne, N. R.; Corduneanu, C. C.; Haji-Sheikh, A.; Huang, T. On solution of parabolic partial differential equations using Galerkin functions. In: Payne, N. R.; Corduneanu, C. C.; Haji-Sheikh, A. and Huang, T. *Integral Methods in Science and engineering*. New York: Editora Hemisphere Publishing Corporation, 1986.
- [21] Silva, W. P. Transporte difusivo em sólidos com forma arbitrária usando coordenadas generalizadas. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande – PB, 2007.
- [22] van der Zanden, A. J. J. Modelling and simulating simultaneous liquid and vapor transport in partially satured porous materials. In: Mujumdar, A. S. *Mathematical modeling and numerical techniques in drying technology*. New York: Editora Marcel Dekker, 1997.
- [23] van der Zanden, A. J. J.; Schoenmakers, A. M. E.; Kerkof, P.J.A.M.. Isothermal vapour and liquid transport inside clay during drying. *Drying Technology*, v. 14, n. 3 e 4, 1996, pp. 647-676.

[24]